Ecole Nationale Supérieure des Mines
SAINT-ETIENNE

Planification des salles opératoires avec durées d'interventions aléatoires

Mehdi LAMIRI, Xiaolan XIE, Alexandre DOLGUI et Frédéric GRIMAUD

Centre Ingénierie et santé

Centre Génie Industriel et Informatique

Plan de la présentation

- Contexte et problématique
- Modèle de planification stochastique
- Méthodologie de résolution
- Résultats expérimentaux
- Conclusions et perspectives

Contexte

- **Les établissements hospitaliers sont confrontés à des changements qui devraient les conduire, vers une utilisation de plus en plus efficace des ressources mises à leurs dispositions.**

- **Le bloc opératoire**
  - représente l'un des secteurs les plus coûteux dans un établissement hospitalier
  - représente aussi une source de recettes pour l'établissement (Dans le cadre de la tarification à l'activité)
  - nécessite la coordination d'un grand nombre de ressources (humaines et matérielles)
  - doit faire face à différentes sortes d'aléas

- **L'optimisation du fonctionnement du bloc opératoire est l'une des premières préoccupations d'un hôpital**

→ Minimiser les coûts et améliorer la qualité de service

Contexte : Gestion des blocs opératoires

- **Dimensionnement**
  - Déterminer le nombre et la nature des ressources humaines et matérielles
    - Nombre de salles opératoires, lits de réveil, personnel médical, brancardiers,…

- **Planification**
  - Gestion de l'emploi du temps des personnels soignants
  - Planification des approvisionnements en consommables et des dispositifs médicaux
  - Planification des activités chirurgicales
    - Déterminer l'ensemble de patients qui seront opérés dans chaque salle opératoire et en chaque jour

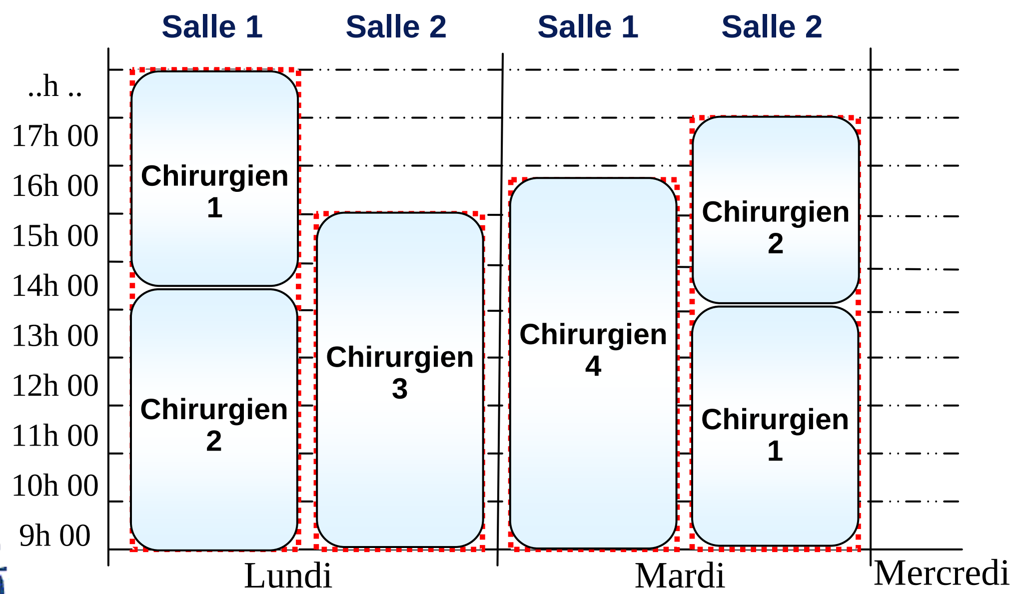
- **Ordonnancement**
  - Déterminer la séquence et les heures de passage des interventions planifiées sur les différentes ressources, salles opératoires, lits de réveil, équipes de nettoyage, brancardiers, infirmiers…

Contexte : Planification

Block scheduling

Open scheduling

- Allouer des plages horaires à chaque chirurgien (ou spécialité chirurgicale)
- Chaque chirurgien place ses interventions à sa convenance dans les plages allouées



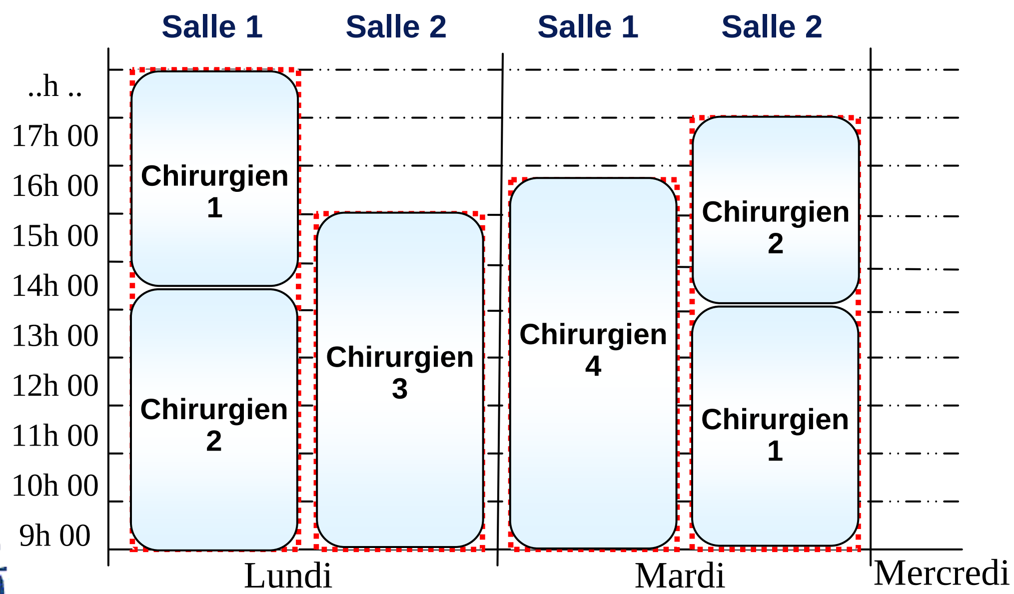
Contexte : Planification

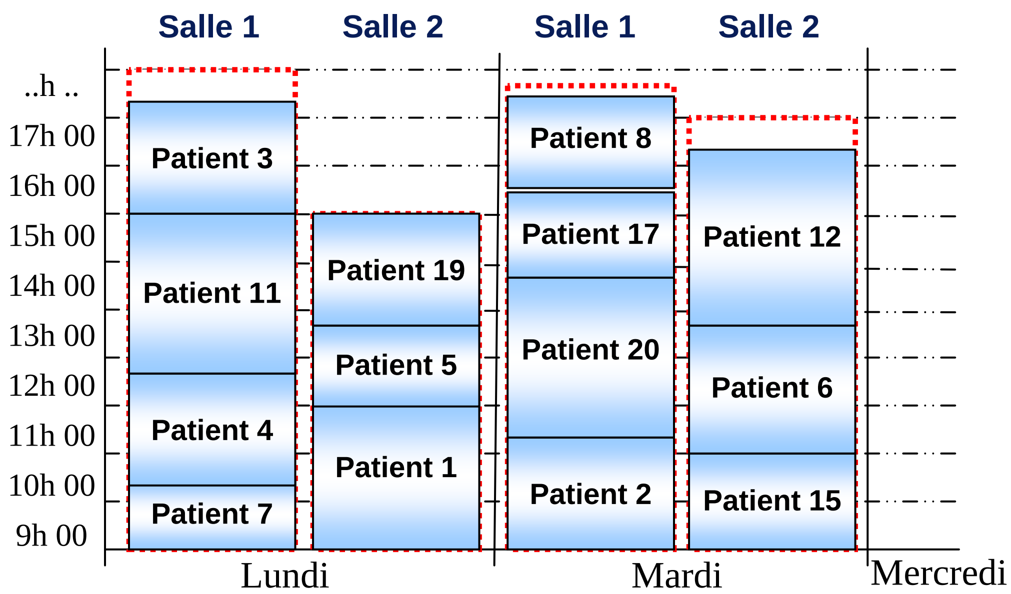
Block scheduling

- Allouer des plages horaires à chaque chirurgien (ou spécialité chirurgicale)
- Chaque chirurgien place ses interventions à sa convenance dans les plages allouées

Open scheduling

- Déterminer l'ensemble des patients qui seront opérés dans chaque **salle** opératoire et pour chaque **jour** sur un horizon de planification donné





Contexte : Planification « *Open Scheduling* »

- **Plusieurs approches pour la planification des blocs opératoires existent dans la littérature**

- **Objectif : minimiser des coûts**
  - de sur et/ou sous utilisation des salles opératoires,
  - d'hospitalisation ou d'attente des patients,
  - des pénalités de non satisfaction des préférences…

- **Sous des contraintes tels que**
  - les capacités des salles opératoires
  - la disponibilité de certains équipements médicaux spécifiques
  - la disponibilité des chirurgiens et leurs préférences…

Contexte : Approches existantes en *open scheduling*

- **(Guinet et Chaabane, 03) :**
  - **Objectif** : minimiser les coûts des heures supplémentaires des salles et les jours d'hospitalisation des patients
  - **Contraintes** : Capacité des salles opératoires (en heures normales et en heures supplémentaires), nombre maximal d'intervention par chirurgien par jour, adéquation des salles opératoires, dates d'hospitalisation et dates au plus tard pour les patients

- **(Jebali et *al*., 04) :**
  - **Objectif** : minimiser les coûts de sur-utilisation et de sous-utilisation des salles opératoires, et le nombre de jours d'hospitalisation des patients
  - **Contraintes** : Capacité des salles opératoires en heures normales et supplémentaires, la capacité maximal de travail par chirurgien, l'adéquation des salles opératoires et la capacité de la salle des soins intensifs en terme de nombre de patient par jour

- **(Fei et *al*., 05) :**
  - **Objectif** : minimiser la sur-utilisation et la sous-utilisation des salles opératoires
  - **Contraintes** : Capacité maximale des salles opératoires et les dates au plus tard pour les patients

Contexte : Approches existantes en *open scheduling* (2)

- **(Velasquez et Melo, 05) :**
  - **Objectif** : maximiser une fonction qui représente des préférences relatives aux salles et aux jours d'intervention
  - **Contraintes** : Capacités en heures normales des salles opératoires, la disponibilité des chirurgiens et des équipements médicaux nécessaires
- **(Persson et Persson, 05) :**
  - **Objectif** : minimiser les coûts de non planification des patients
  - **Contraintes** : Capacité en heures normales des salles opératoires, les disponibilités et les qualifications des chirurgiens
- **(Hans et *al*., 06):**
  - **Objectif** : minimiser le nombre de salles opératoires utilisées
  - **Contraintes** : Capacités en heures normales des salles opératoires, l'adéquation des salles et la disponibilité des équipes médicales
- **Les approches existantes sont essentiellement basées sur des modèles déterministes et ne permettent pas de prendre en compte les aléas qui caractérisent le fonctionnement du bloc.**

Contexte : Les aléas

- **Le bloc opératoire est sujet à différentes formes d'aléas**
  - Incertitudes liées à la chirurgie d'urgence
  - Incertitudes concernant les durées d'interventions
  - Disponibilité des ressources (humaines, matérielles)
- **La non prise en compte de ces aléas, lors de la planification, peut engendrer :**
  - Des dépassements horaires (heures supplémentaires)
  - L'annulation des interventions déjà programmées
  - Des temps d'attentes pour les patients urgents…

Problématique

- **Planification des blocs opératoires avec prise en compte de phénomènes aléatoires**
  - Chirurgie d'urgence
  - Durée d'interventions aléatoires

Problématique : Deux types de patients

- **Les patients électifs (chirurgie programmée, réglée) :**
  - Des patients qui ne présentent pas un caractère urgent
  - Les patients électifs peuvent être mis en attente et planifiés pour des dates futures

→ **Activité planifiable**

- **Les patients urgents :**
  - Les patients urgents arrivent d'une manière aléatoire durant la journée et nécessitent une prise en charge le jour même

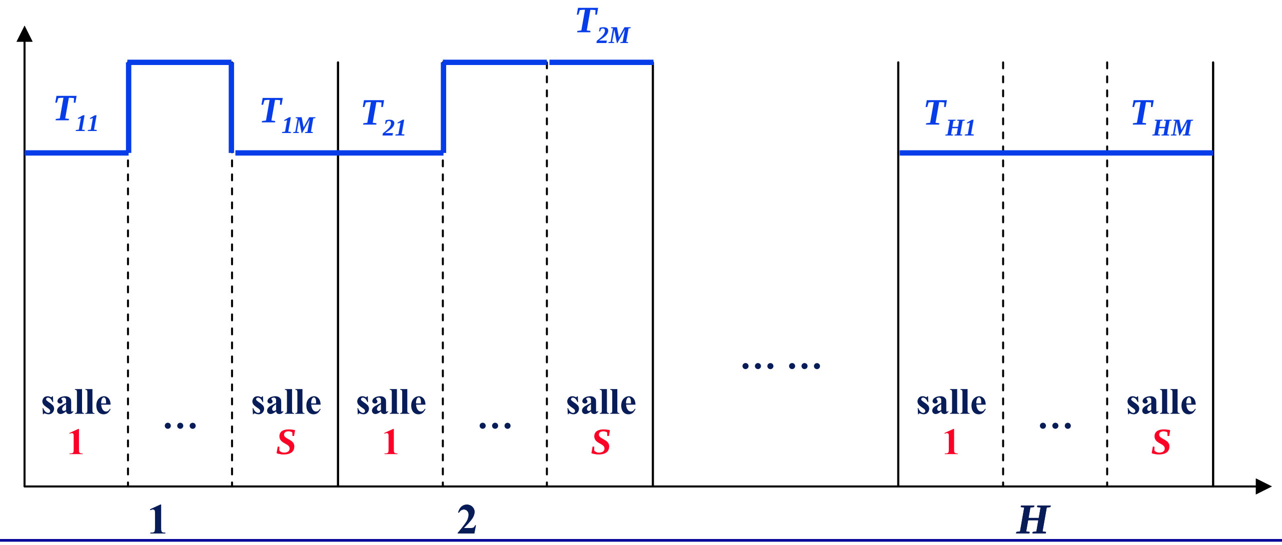
→ **Activité non planifiable**

Plan

- Contexte et problématique
- Modèle de planification stochastique
- Méthodologie de résolution
- Résultats expérimentaux
- Conclusions et perspectives

Modèle « de base » : planification avec capacité agrégée

- **Planifier un ensemble d'interventions électives sur un horizon de planification de *H* jours**
- **Le bloc opératoire est constitué de *S* salles opératoires**
- **Chaque salle-jour (s, t) dispose d'une capacité régulière (T_{ts})**
- **Le dépassement de la capacité horaire régulière génère des coûts liés aux heures supplémentaires (c_{ts} € / heure)**



Modèle : Les patients urgents

- Nous supposons que la capacité utilisée pour réaliser la chirurgie d'urgence en salle-jour (*s*, *t*) est une variable aléatoire (w_{ts}).

- w_{ts} : représente la durée totale des interventions urgentes réalisées en en salle-jour (*s*, *t*)

- Les distributions des W_{ts} peuvent être estimées à partir du système d'information et / ou de l'expertise humaine

Modèle : Les patients électifs

- **Au début de l'horizon, il y a *N* patients électifs en attente**

- **Chaque patient électif *i* (1…*N*) est caractérisé par :**

  - **Une durée d'intervention : (d_i)**
    - **La durée d'intervention est une variable aléatoire**

  - **Une date au plus tôt (e_i)**
    - **Elle représente la date d'hospitalisation ou de délivrance des tests médicaux …**

  - **Un ensemble des coûts associés aux salle-jours: a_{its} ($t = e_i \ldots H, H+1$)**
    - **a_{its} représente le coût d'affectation du patient *i* à la salle-jour (s, t)**
    - **Période $H+1$: une période « fictive » pour regrouper les patients non planifiés**
    - **$a_{i,H+1}$ représente le coût de non planification du patient *i***

Modèle : Coûts associés aux patients électifs

- **Les coûts associés aux patients ne sont pas nécessairement des coûts financiers. Ils sont utilisés pour modéliser plusieurs situations.**

  - **Coûts d'hospitalisation / pénalités associées aux jours d'attente du patient**
  - **Les préférences du chirurgien ou du patient**
  - **Une date à ne pas dépasser**
  - **Autres situations …**

Modèle mathématique

- **Variables de décision :**

$$x_{its} = \begin{cases} 1 & \text{si le patient } i \text{ est affecté à la salle-jour } (s,\ t) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- **Le dépassement horaire en salle-jour (*s*, *t*) :**

Durée des urgences **Durée des interventions planifiées** **Capacité régulière**

$$E\left[\left(W_{ts} + \sum_i d_i x_{its} - T_{ts}\right)^+\right]$$

où (*y*)$^+$ = max { *y*, 0 }

Modèle mathématique

coûts associés aux patients électifs

coûts des dépassements horaires

Minimiser

$$J(X) = \sum_i \sum_{t,s} a_{its}\, x_{its} + \sum_{t,s} c_{ts}\, O_{ts}$$

Variables aléatoires

Sous contraintes :

$$O_{ts} = E\left[\left(W_{ts} + \sum_i d_i x_{its} - T_{ts}\right)^+\right], \quad \forall t,s \qquad \textbf{(1)}$$

Dépassement horaire

$$\sum_{t,s} x_{its} = 1, \quad \forall i \qquad \textbf{(2)}$$

Chaque patient est affecté exactement une fois

$$x_{its} \in \{0,1\}, \quad \forall i,t,s$$

Plan

- Contexte et problématique
- Modèle de planification stochastique
- Méthodologie de résolution
- Résultats expérimentaux
- Conclusions et perspectives

Méthodologie de résolution

Problème de planification
(Problème stochastique)

↓ Simulation Monte Carlo

Problème approximé
(Problème déterministe - MIP)

↓ Génération de colonnes

Solution approchée

Approximation Monte Carlo

- **Générer pour chaque variable aléatoire *K* échantillons**
  - Pour chaque patient électif ***i***, *K* échantillons de la durée d'intervention $d_i^k, \quad k = 1 \ldots K$
  - Pour chaque salle-jour (*s*, *t*), *K* échantillons de la capacité utilisée par l'urgence $W_{ts}^k, \; k = 1 \ldots K$

- **Estimer les dépassements horaires par des moyennes empiriques en se basant sur les échantillons générés :**

$$O_{ts} = E\left[\left(W_{ts} + \sum_i d_i x_{its} - T_{ts}\right)^+\right] \approx \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\left(W_{ts}^k + \sum_i d_i^k x_{its} - T_{ts}\right)^+$$

Problème approximé

Minimiser $$J_K(X) = \sum_i \sum_{t,s} a_{its}\; x_{its} \;+\; \sum_{t,s} c_{ts}\; O_{ts}$$

Échantillons générés d'une
manière aléatoire

Sous contraintes : $$O_{ts} = \frac{1}{K} \sum_k \left(W_{ts}^k + \sum_i d_i^k x_{its} - T_{ts} \right)^+, \quad \forall t,s$$ **Dépassement horaire estimé**

$$\sum_{t,s} x_{its} = 1, \quad \forall i$$

$$x_{its} \in \{0,1\}, \quad \forall i,t,s$$

Méthodologie de résolution

Problème de planification

(Problème stochastique)

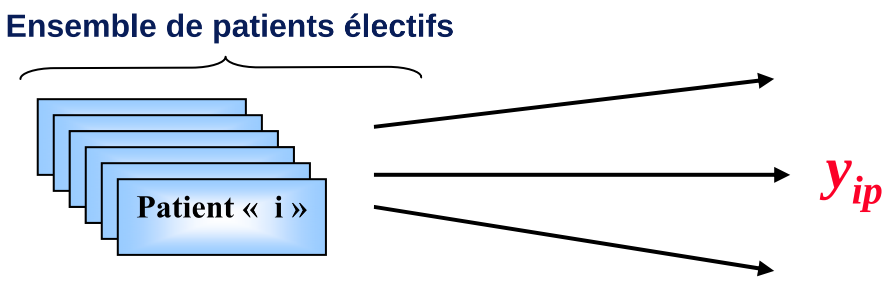
Simulation Monte Carlo

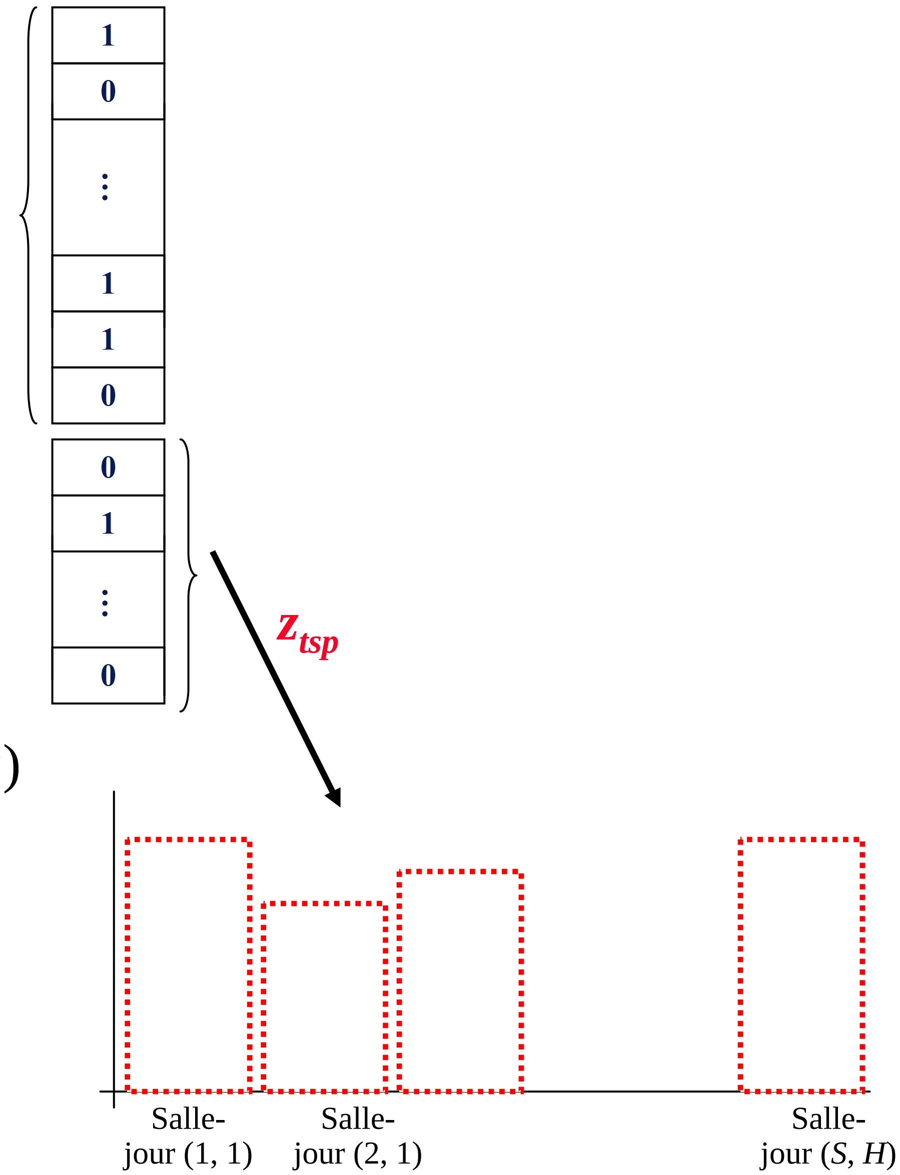
Problème approximé
(Problème déterministe - MIP)

Génération de colonnes

Solution approchée

Planning pour une salle-jour : colonne





Un planning p est défini par :

$$y_{ip} = \begin{cases} 1 & \text{si le patient } i \text{ est affecté au planning } p \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$z_{tsp} = \begin{cases} 1 & \text{si le planning } p \text{ est affecté à la salle-jour}(s,t) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

C_p le coût du planning p :

$$C_p = \sum_{t,s} z_{tsp} \sum_i y_{ip}\, a_{its} + c_{ts} \frac{1}{K} \sum_k \left(W_{ts}^k + \sum_i d_i^k y_{ip} - T_{ts} \right)^+$$

Problème maître

Ω l'ensemble de tout les plannings possibles

Nouvelles variables de décision:

$$\lambda_p = \begin{cases} 1 & \text{si le planning } p \text{ est sélectionné} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Problème Maître :

$$\text{Min} \sum_{p \in \Omega} C_p \lambda_p$$

$$\textbf{s c :} \quad \sum_{p \in \Omega} y_{ip} \; \lambda_p \leq 1, \quad \forall i$$

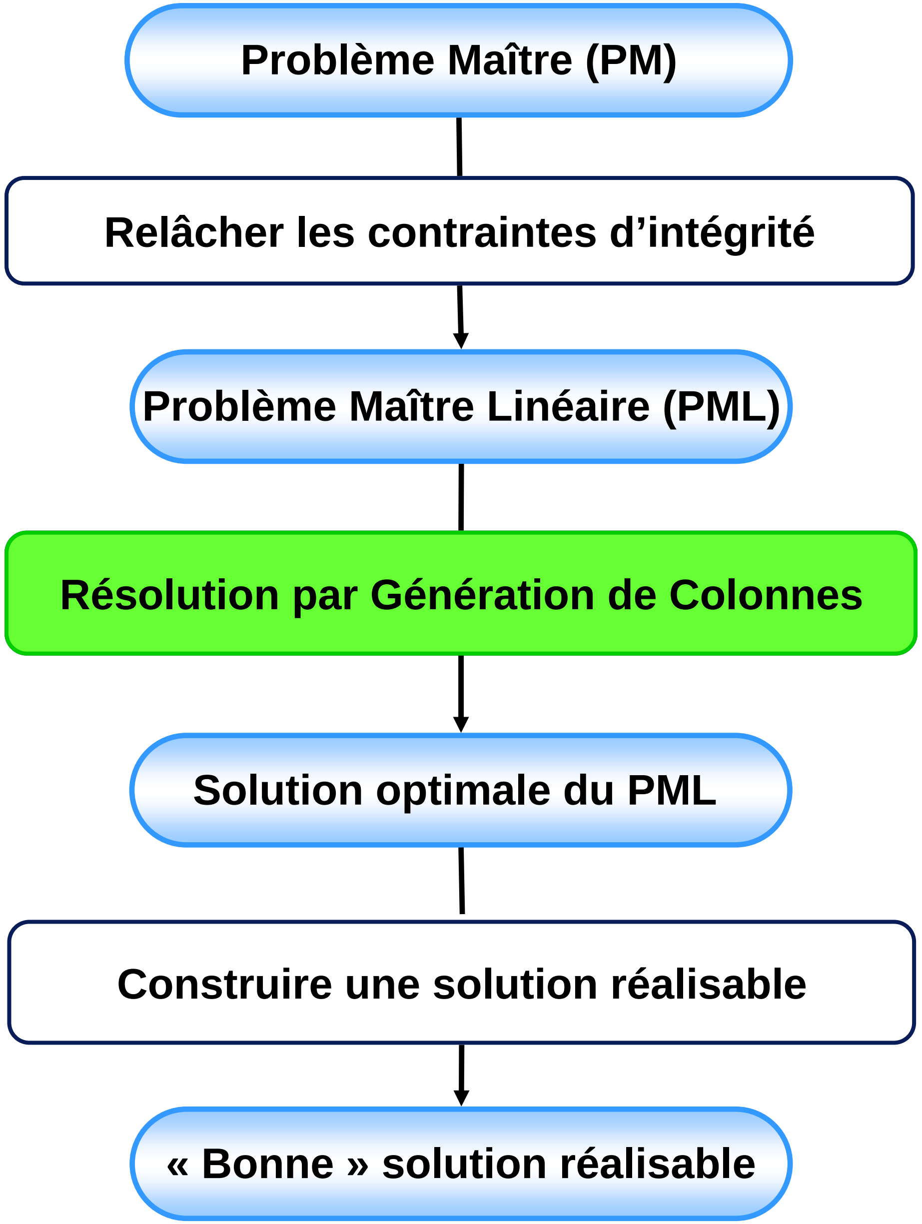
Chaque patient est affecté au plus à un planning

$$\sum_{p \in \Omega} z_{tsp} \; \lambda_p \leq 1, \quad \forall t, s$$

Chaque salle-jour reçoit au plus un planning

$$\lambda_p \in \{0,1\}, \quad \forall p \in \Omega$$

Méthodologie de résolution



Résolution du problème maître linéaire: Génération de colonnes

Problème maître linéaire Restreint sur $\Omega^* \subseteq \Omega$

min $$\sum_{p \in \Omega^*} C_p \lambda_p$$

s c :

$$\sum_{p \in \Omega^*} y_{ip} \ \lambda_p \leq 1, \quad \forall i$$

$$\sum_{p \in \Omega^*} z_{tsp} \ \lambda_p \leq 1, \quad \forall t,s$$

$$\lambda_p \in \{0,1\}, \quad \forall p \in \Omega^*$$

Multiplicateurs de simplex

π_i, π_{ts}

Problème de « *pricing* »

Minimiser le coût réduit

min $$C_p - \sum_i \pi_i y_{ip} - \sum_{t,s} \pi_{ts} z_{tsp}$$

s c :

$$y_{ip} z_{tsp} = 0, \quad \forall t < e_i$$

$$\sum_{t,s} z_{tsp} = 1$$

$$y_{ip}, \quad z_{tsp} \in \{0,1\}$$

Colonne(s) à coût réduit minimal

Coût réduit < 0

Oui

Ajouter la nouvelle colonne

Non

STOP

Problème de *pricing*

- **Le problème de *pricing* se décompose en *H×S* sous-problèmes**
  - Un sous-problème pour chaque salle-jour (sous-problème de *pricing*)

$$
\begin{array}{ll}
\text{Minimiser} & \sum_i d_i^0 y_i + c_{ts}\dfrac{1}{K}\sum_k\left(W_{ts}^k + \sum_i d_i^k y_i - T_{ts}\right)^+ \\
\text{s c :} & y_i \in \{0,1\}, \forall i
\end{array}
$$

- **La résolution du problème de *pricing* nécessite la résolution de *H×S* sous-problèmes**
  - Chaque sous-problème fournit une colonne (solution)
  - La colonne ayant le coût minimal représente la solution du problème de *pricinig*

Sous-problème de *pricing*

Coût « modifiés »
associés aux patients

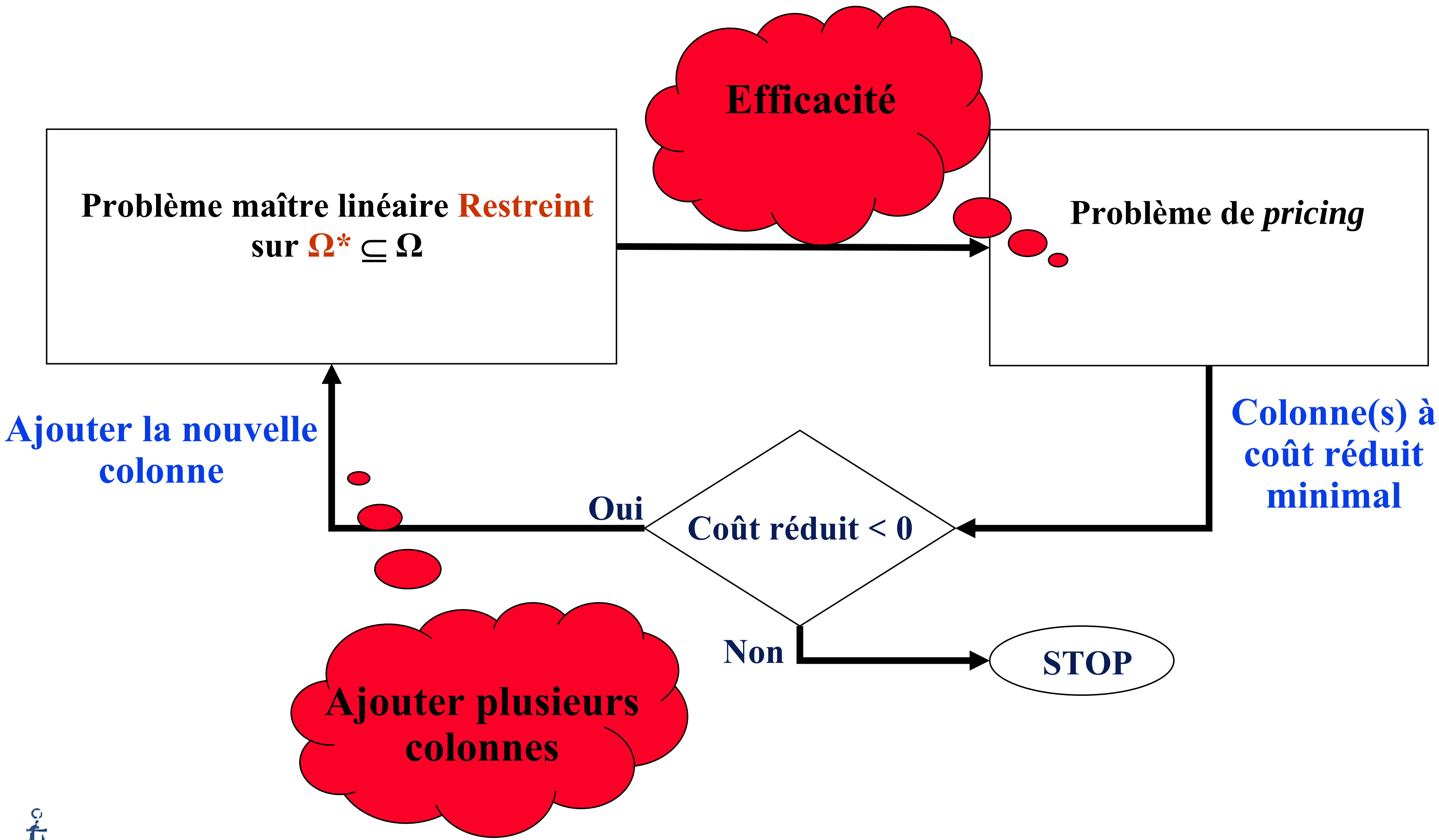
$$\text{Minimiser} \quad \sum_i \tilde{d}_i y_i + c_{ts} \overbrace{\frac{1}{K}\sum_k \left(W_{ts}^k + \sum_i d_i^k y_i - T_{ts} \right)^+}^{\text{Dépassement horaire estimé}}$$

$$\text{s c :} \qquad y_i \in \{0,1\}, \forall i$$

- **Chaque sous-problème est une extension du problème de sac-à-dos multi-dimensionnel classique**

➡ **Programmation en nombres mixtes**

Génération de colonnes



Améliorer les performances de la génération de colonnes

- **Accélérer la résolution des sous-problèmes**
  - Étudier la structure des solutions optimales
  - Réduire le nombre des variables de décisions en fixant certaines variables à zéro ou à un

- **Utiliser différentes stratégies de génération de colonnes**
  - Stratégie “All-negative” : Résoudre à l’optimalité tous les sous-problèmes de GC et ajouter toutes les colonnes ayant un coût réduit négatif
  - Stratégie à deux-phases
  - Stratégie cyclique

Stratégie à deux-phases : “Two-phase Pricing”

- **Étape 1: Résoudre tous les sous-problèmes en utilisant une heuristique d’optimisation locale**
  - S’il y a au moins une colonne améliorante, alors ajouter la (les) colonne(s) améliorante au problème maître restreint (PMR) et aller à l’itération suivante de génération de colonnes
  - Sinon, aller à Étape 2.
- **Étape 2: Résoudre tous les sous-problèmes en utilisant une méthode exacte**
  - Ajouter la (les) colonne(s) au problème maître restreint (PMR) et aller à l’itération suivante de génération de colonnes
  - S’il n y a aucune colonne améliorante, alors STOP.

→ **Les sous-problèmes sont résolus d’une manière exacte seulement si l’heuristique n’identifie aucune colonne améliorante**

Stratégie cyclique : “Cyclic Pricing”

- Les salle-jours sont considérées une par une et leurs sous-problèmes sont résolus à l’optimalité jusqu’à ce que une colonne améliorante soit identifiée.
- La même colonne est ensuite testée comme colonne candidate pour les autres sous-problèmes de génération de colonnes
- Chaque fois qu’elle représente une colonne améliorante, elle est ajoutée au problème maître restreint (PMR).
- Les salle-jours sont considérées d’une manière cyclique.
- Le processus s’arrête lorsque tous les sous-problèmes sont résolus sans identifier une colonne améliorante.

→ **Cette stratégie permet d’identifier nombreuses colonnes améliorantes tout en résolvant un faible nombre de sous-problèmes**

Méthodologie de résolution

Problème Maître (PM)

Relâcher les contraintes d'intégrité

Problème Maître Linéaire (PML)

Résolution par Génération de Colonnes

Solution optimale du PML

Construire une solution réalisable

« Bonne » solution réalisable

Construire une solution réalisable

- **Méthode I : Réaffectation progressive**
  - On détermine les affectations $[x_{its}]$ à partir des $\{\lambda_p\}$
  - On réaffecte, un par un, les patients qui sont affectés d'une manière fractionnaire ; tout en tenant compte des affectations des autres patients, qu'elles soient fractionnaires ou non

- **Méthode II : Heuristique d'arrondissement**
  - Étant donné $\{\boldsymbol{\lambda_p}\}$ la solution optimale du PM linéaire. On fixe les plannings avec $\boldsymbol{\lambda_p=1}$ et on arrondit à un la variable ayant la plus large valeur fractionnaire.
  - Les plannings fixés forment une solution partielle
  - le problème résiduel réduit aux restes des salle-jours est résolu par GC, ensuite des nouveaux plannings sont fixés
  - L'algorithme s'arrête lorsque la solution du problème résiduel est entière

Plan

- Contexte et problématique
- Modèle de planification stochastique
- Méthodologie de résolution
- Résultats expérimentaux
- Conclusions et perspectives

Résultats expérimentaux

Génération des instances

- Nombre de périodes : $H = 5$
- Nombre de salles opératoires : $S = 6$
- Capacité régulière : T_{ts} = 8 heures
- Capacités utilisées par la chirurgie d'urgence : W_{ts} suivent une loi log-normale de moyenne de 2 heures
- Durées des interventions électives : d_i suivent des lois log-normales
- Dates au plus-tôt : $e_i \in \{1 \ldots H\}$
- Le nombre des patients électifs est déterminé de sorte que la charge du bloc opératoire sur tout l'horizon est de 100%

Résultats expérimentaux

Génération des instances

- Coûts des heures supplémentaires : c_{ts} = 500 €
- Coûts relatifs aux patients électifs : $a_{its} = (t - e_i) \times c$
  - c est égal à 350 € (coût d'hospitalisation)
- Cas 1 : Salles identiques
  - Les coûts a_{its} ne dépendent pas des salles opératoires
- Cas 2 : Salles Non-identiques
  - Les salles opératoires sont réparties entre 3 spécialités chirurgicales
  - Un coût supplémentaire de 100€ est encouru si le patient est planifié dans une salle non affectée à sa spécialité

Résultats expérimentaux : Comparaison des différentes stratégies de GC

Nombre de scénarios *K* = 100

Résultats basés sur 10 instances (Nombre moyen des patients électifs est 110)

	Stratégie	**Nb Itérations**	**Nb Colonnes**	**Temps CPU (sec)**
Salles non-identiques	“All - negative”	75.7	1941.2	193.1
	À deux phases	93.3	1714.9	**129.4**
	Cyclique	658.4	5266.0	136.2
Salles identiques	”All - negative”	104.4	2748.1	596.4
	À deux phases	112.4	2205.5	550.3
	Cyclique	689.6	6105.0	**415.3**

Résultats expérimentaux : GAP et Temps CPU

Résultats basés sur 10 instances: GAP moyen
Le GAP est déterminé relativement à la borne inférieure fournie par la génération de colonnes

	Salles Non-Identiques			Salles Identiques	
	Gap %	**CPU**		**Gap** %	**CPU**
Méthode 1 : GC + Réaffectation Progressive	4.5	139.7 sec		6.0	419.1 sec
Méthode 2 : GC + Heuristique d'arrondissement	**1.6**	292.1 sec		**1.0**	967.4 sec
CPLEX IP	6.6	1 heure		10.9	1 heure

Pour les instances utilisées, les solutions fournies par Méthode 2 sont nettement meilleures que les solutions déterministes du problème. En moyenne, une réduction du coût de

- 7,96 % pour des problèmes avec salles identiques
- 7,08 % pour des problèmes avec salles non-identiques

Plan

- Contexte et problématique
- Modèle de planification stochastique
- Méthodologie de résolution
- Résultats expérimentaux
- Conclusions et perspectives

Conclusions

- **Développement d'un modèle de planification stochastique qui**
  - Capture les éléments essentiels à prendre en compte lors de la planification,
  - qui permet une modélisation explicite des aléas,
  - et qui peut être facilement étendu.

- **Développement de plusieurs approches de résolutions (complètes et complémentaires) qui**
  - permettent une résolution efficace des problèmes de planification
  - peuvent être facilement adaptées pour tenir compte des extensions du modèle

Perspectives

- **Étendre le modèle de planification pour tenir compte d'autres contraintes liées aux pratiques de terrain**

- **Prendre en compte d'autres ressources en aval et en amont des salles opératoires**
  - Les salles de réveils, lits d'hospitalisation, …

- **Améliorer les performances de la méthode de résolution**
  - Techniques de stabilisation pour la génération de colonnes, résolution efficace des sous problèmes de génération de colonnes

- **Exploiter la génération de colonnes pour le développement des méthodes de résolution exactes, *branch-and-price***

- **Tester les approches développées sur un cas d'étude réel**